

Modelli della Terra - geoidi ed ellissoide

La presenza di depressioni e rilievi rende la Terra poco simile alla superficie di un solido regolare definibile geometricamente, quali un ellissoide o una sfera.

Al fine di fornire una rappresentazione più completa delle elevazioni della superficie terrestre gli studiosi hanno elaborato dei modelli fisici, non di tipo geometrico, noti come *geoidi*, un termine coniato nel 1873 da Johann Benedict Listing (1808-1882), uno scienziato tedesco allievo di Carl Friederich Gauss, che dedicò gran parte della sua attività scientifica allo studio della forma della Terra conducendo e coordinando campagne di misure.

Tali modelli utilizzano una misurazione chiamata *Livello Medio del Mare* per rappresentare in maniera completa come la superficie terrestre varia in elevazione. Così quando leggiamo l'altezza di un monte, di una piazza, di un campanile, dobbiamo considerarla riferita al livello medio del mare. Tale riferimento si può intuire per ciò che si trova in prossimità della costa, ma per un elemento all'interno di un continente che significato ha tale espressione?

Procediamo con ordine. La posizione di un punto sulla superficie terrestre può intendersi la combinazione di una posizione planimetrica ed una altimetrica.

Come sistema planimetrico di coordinate ci si affida a quelle superfici geometriche regolari quali la sfera e l'ellissoide.

Certamente la sfera è il più semplice modello, quello che è stato adottato per secoli con le note coordinate angolari in gradi sessagesimali di latitudine e longitudine, uno schema che, pur non essendo in uso per la costruzione delle carte, è ancora il modello valido nella navigazione convenzionale, quella che per determinare la posizione ricorre a riferimenti geografici o astronomici.

Con il progredire delle misure della Terra cartografi e fisici si resero conto che un modello sferico era affetto da errori significativi nella rappresentazione del globo. Il primo a immaginare una Terra dalla forma di una sfera schiacciata ai poli fu Newton nel 1686 come riportato nel suo *Principia mathematica*.

Nel corso dell'800, dopo lo sviluppo dei metodi topografici ed aver riconosciuto l'ellissoide di rotazione il modello più convincente a rappresentare la Terra, diversi scienziati compirono numerose misure per poterlo caratterizzare.

Nell'arco di oltre 150 anni sono stati definiti numerosi ellissoidi utilizzati nei diversi Paesi per le rappresentazioni cartografiche a scala locale.

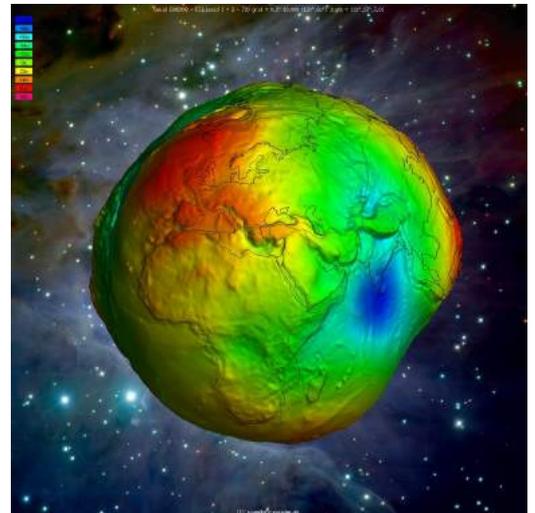
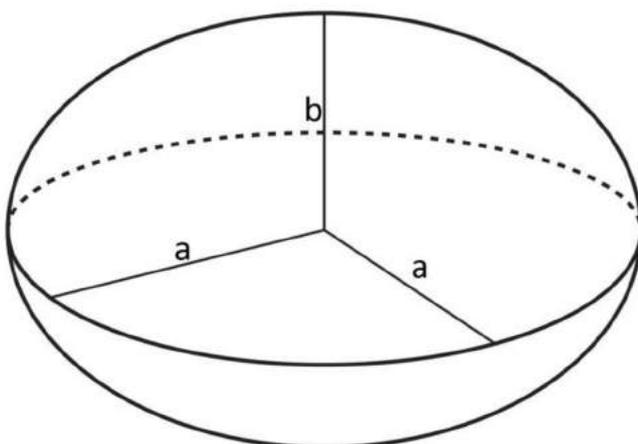


fig. 1 - Una vista del geoido EGM2008



Gli ellissoidi venivano traslati e ruotati (*orientati*) per essere tangenti in un punto (*punto di emanazione*) baricentrico dello specifico territorio nazionale minimizzando

fig. 2 - Un ellissoide è una sfera in cui vengono scalate una o due dimensioni. Un ellissoide generico ha tre raggi ortogonali diversi tra loro. Se invece due raggi rimangono uguali tra loro si ha un ellissoide di rotazione, detto anche sferoide. Tale tipo è quello rappresentativo della Terra in cui i raggi equatoriali (a) sono uguali tra loro e diversi dal raggio polare (b).

così gli errori.

Nel 1924, alla seconda assemblea generale dell'Unione internazionale di geodesia (*International Union of Geodesy and Geophysics - IUGG*), venne adottato come riferimento internazionale l'ellissoide calcolato dal geodeta statunitense John Fillmore Hayford (1868-1925) nel 1909. Si tratta del primo esempio di un modello accettato dalla maggior parte degli Stati ognuno dei quali lo orientava per il proprio territorio (definendo pertanto, con lo stesso ellissoide, datum diversi).

Così in Italia dal 1940 venne adottato l'*ellissoide di Hayford*, in sostituzione di quello di Bessel (ancora oggi i tecnici possono imbattersi in mappe catastali non aggiornate riferite al precedente ellissoide), orientato all'Osservatorio Astronomico di Roma Monte Mario, definendo pertanto un datum geodetico nazionale noto come *Roma40*, con un proprio meridiano fondamentale, quello passante per l'Osservatorio.

Tale datum è stato impiegato fino alla fine degli anni '80 per la Cartografia Ufficiale Italiana ed oggi ancora per la Cartografia Tecnica Regionale dell'IGM (*Istituto Geografico Militare*).

Verso la metà del secolo scorso gli Stati nord europei, nell'esigenza di una continuità nelle rispettive rappresentazioni cartografiche ufficiali, basate in genere su datum locali, adottarono un unico sistema ellissoidico di riferimento, l'*European Datum 1950* (ED 50), corrispondente ancora una volta all'ellissoide internazionale Hayford orientato in corrispondenza dell'Osservatorio astronomico di Potsdam in Germania.

Con i primi lanci del 1957-58 dei satelliti russi e poi americani si ebbe la prima accurata determinazione dell'appiattimento della Terra, dando vita a una nuova branca scientifica, la geodesia satellitare.

Quando poi, nei successivi primi anni '80, venne costituito quel sistema satellitare globale di navigazione noto come GNSS (*Global Navigation Satellite System*), si definì un nuovo sistema geodetico a scala mondiale il cui modello è stato denominato WGS84 (*World Geodetic System 1984*).

Si tratta di un ellissoide, il cui centro è quello di massa della Terra, datum del NAVSTAR GPS, il sistema di posizionamento e navigazione satellitare statunitense ad oggi più diffuso (nel GNSS fanno parte anche altre costellazioni di satelliti come il GLONASS russo e l'europeo Galileo).

Per determinare univocamente la posizione di un

fig. 4 - Sistema geografico in un riferimento ellissoidico. Nell'esempio la longitudine è contata dal meridiano di Greenwich come nell'ellissoide geocentrico WGS84. La latitudine corrisponde all'angolo formato tra il piano dell'equatore e la retta normale alla superficie in P che non passa per l'origine O del sistema di riferimento proprio a causa dello schiacciamento dei poli, come si comprende dalla fig. 6

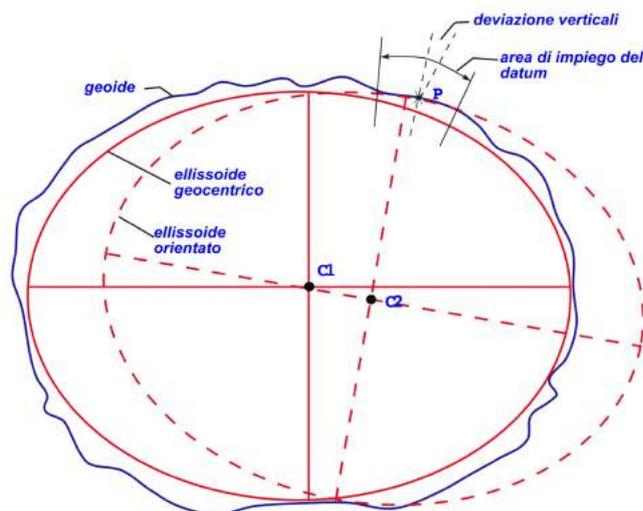
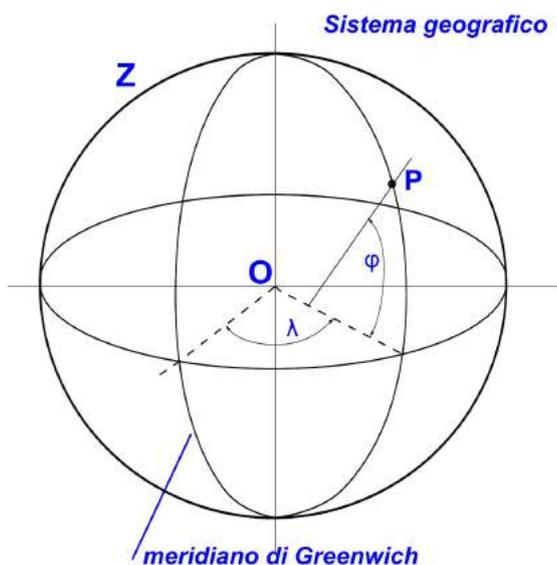


fig. 3 - l'ellissoide geocentrico in C1 (in rosso continuo) viene orientato (traslato e ruotato - in rosso tratteggiato) in corrispondenza del punto P del geode a cui risulta tangente per l'area locale di interesse. Tipicamente P è baricentrico. Le verticali nel punto P dell'ellissoide orientato e del geode formano un angolo non sempre nullo (per Roma40 è di 0°)

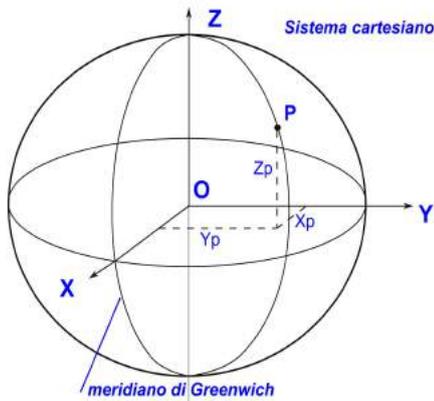


fig. 5 - sistema cartesiano geocentrico

punto sulla superficie di un ellissoide, in particolare del WGS84, si impiega o un riferimento di coordinate geografiche, longitudine λ e latitudine ϕ (fig. 4) o un sistema di coordinate cartesiane geocentriche XYZ (fig. 5), con l'asse Z coincidente con l'asse di rotazione terrestre e l'asse X orientato sul meridiano di Greenwich.

Un punto non situato sulla superficie dell'ellissoide è individuato pertanto da una terna di coordinate: latitudine, longitudine e quota ellissoidica H_p (fig. 6), o da una terna X_p, Y_p, Z_p in un sistema cartesiano. In ogni caso l'elevazione del punto è sempre geometrica, diversa da una quota fisica misurata lungo la direzione della forza di gravità quella lungo la quale si muove un corpo in caduta sulla Terra.

Da quanto detto l'ellissoide non rappresenta una superficie di riferimento ottimale per l'altimetria avendo un significato solo geometrico e non fisico. Tale possibilità è fornita invece dal geode con il suo riferimento alle acque (oceani e mari) la cui superficie ha la caratteristica fisica di rispondere all'attrazione gravitazionale della Terra, perpendicolare in ogni punto alla forza di gravità, in altre parole alla direzione del filo a piombo.

Come sappiamo sulla Terra agisce la forza di gravità, combinazione della forza di attrazione di Newton e della forza centrifuga dovuta alla rotazione del pianeta (fig. 7), la cui direzione è giusto evidenziata dal filo a piombo, una direzione che non sempre è diretta al centro di massa della Terra.

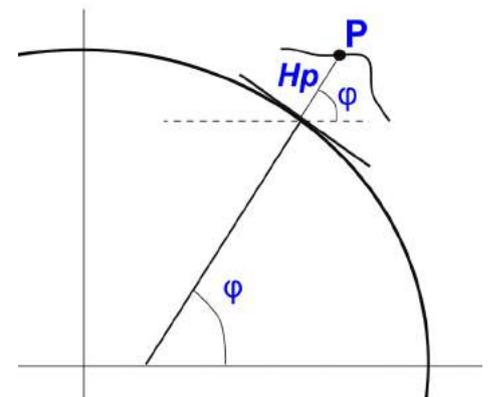


fig. 6 - normale all'ellissoide passante per un punto P in

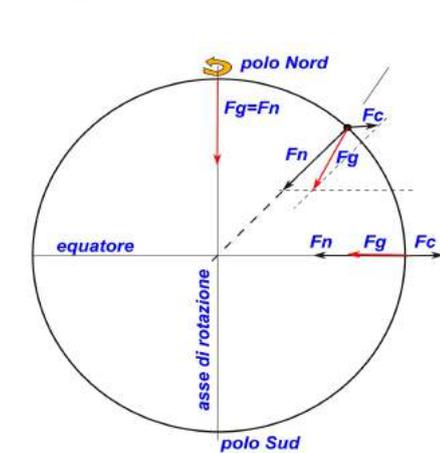


fig. 7 - F_n forza di attrazione universale; F_c forza centrifuga (massima all'equatore e nulla ai poli); F_g forza di gravità

L'insieme di tutte le forze di gravità che agiscono su qualunque corpo dotato di massa è detto *campo gravitazionale* come illustrato, con le dovute approssimazioni, nella fig. 8 (in realtà le linee di forza sono curve complesse nello spazio).

Si possono immaginare tante superfici sulla Terra e nello spazio, chiamate dai fisici *superfici equipotenziali* perché luoghi dei punti aventi lo stesso potenziale della forza di gravità.

Per potenziale o energia potenziale si può far riferimento all'energia posseduta da un oggetto nello stare a una data posizione nel campo gravitazionale. Come esempio basta pensare a un satellite che ruota intorno alla Terra che impegna un'energia pari al suo potenziale gravitazionale per rimanere in orbita. Se viene meno tale energia di mantenimento, ad esempio per un guasto ai motori che si spengono per poco, il satellite scende di quota ed eventualmente si posiziona su una superficie equipotenziale più bassa o precipita sulla Terra, trasformando quell'energia potenziale in altre forme di energia (velocità, calore).

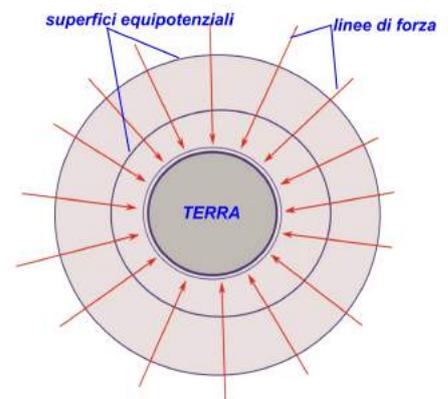


fig. 8 - schema approssimato del campo gravitazionale terrestre. La forza di gravità è sempre normale alla superficie equipotenziale

L'esempio descritto in effetti si verificò alla fine degli anni '50 del secolo scorso con i primi satelliti lanciati nello spazio per cui gli scienziati compresero la necessità di conoscere al meglio e in maniera puntuale il campo di gravità della Terra. Conoscerlo significava mantenere più a lungo in orbita i satelliti.

Tutte queste infinite superfici equipotenziali sono perpendicolari in ogni punto alla direzione della forza di gravità. Tra di esse una particolare superficie è quella relativa al livello medio degli oceani, appunto il geode.

Delle acque si considera la misura media del livello del mare per poter escludere tutti quei fenomeni variabili che darebbero origine a risultati instabili nel breve periodo, quali ad esempio maree e correnti, tra le influenze più evidenti.

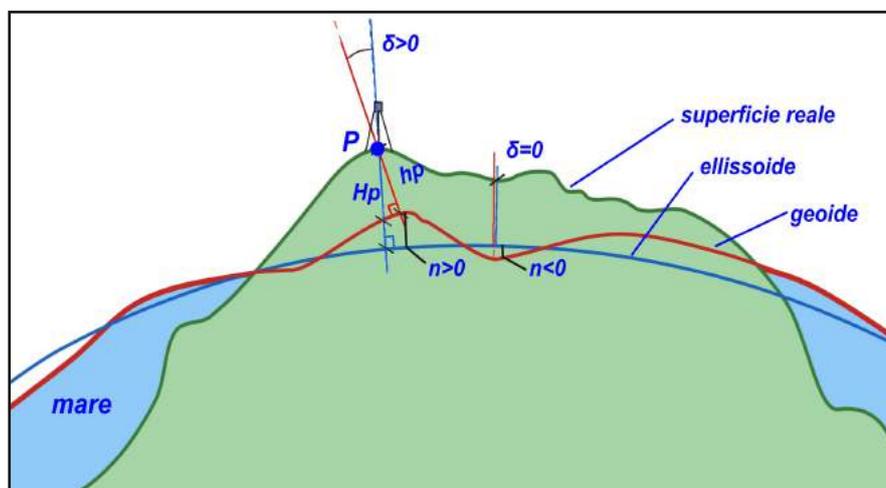


fig. 9 - Misurazione delle elevazioni ellissoidiche H_p (GPS); delle elevazioni ortometriche h_p (rispetto al livello medio del mare); deviazione δ della verticale in un punto all'ellissoide rispetto alla verticale al geode; ondulazioni n del geode

Appena la superficie delle acque incontra le terre emerse il modello del geode continua con una superficie come se fosse ancora quella dell'oceano (è per tale motivo che il riferimento del mare è ancora in uso all'interno di un continente), ma soggetta alle corrispondenti, sovrastanti forze gravitazionali terrestri.

In sintesi, per gli oceani è sufficiente misurare il livello medio delle acque, già di per sé una rappresentazione del campo gravitazionale terrestre, per le terre emerse la pseudo superficie oceanica è

modellata dalla forza di gravità locale sia in valore che in direzione.

Mentre per le acque il livello medio è misurato dai mareografi (in mare e in volo) per i livelli delle superfici pseudo marine sotto i continenti gli studiosi fanno uso di complesse misure gravimetriche che rappresentano i parametri di un insieme di funzioni matematiche che modellano una superficie contenente ondulazioni graduali (non brusche come la superficie fisica terrestre), in tutti gli oceani e le masse continentali.

Nel corso di oltre sessantanni di attività spaziale l'evoluzione delle tecnologie di misura ha dato un notevole contributo anche alla realizzazione di modelli del nostro pianeta che trovano applicazione in numerosi campi, dalla geologia all'archeologia, dalla meteorologia alla idrografia.

Ad oggi si contano diversi modelli del campo di gravità terrestre, di tipo locale, di minore approssimazione, ma relativi ad una porzione di area terrestre come l'italiano ITALGEO2005 o globali come il EGM2008 (*Earth Gravity Model*) e il EIGEN 6C4 (*European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*).

Ellissoide geocentrico (come il noto WGS84) e geode permettono, nella loro combinazione di modelli, di descrivere la reale superficie terrestre.

Se dalla montagna si misura la posizione con un GPS (ved. fig. 9) si ottengono le coordinate del punto P nel sistema dell'ellissoide ed in particolare si determina il valore H_p di quota rispetto all'ellissoide, ma per conoscere l'altezza effettiva dalla superficie del geode, quella indicata come altezza ortometrica h_p (detta così perché misurata lungo il filo a piombo nel punto di misura e contemporaneamente verticale al geode per costruzione), si ricorre ai valori degli scarti esistenti tra la superficie dell'ellissoide rispetto al geode (note come *ondulazioni* $n=H-h$

del geode, positive, negative o nulle) e alle deviazioni delle verticali δ .

L'altezza ortometrica è quindi l'elevazione rispetto al livello medio del mare rappresentato per definizione dalla superficie del geode.

Nella pratica i rilievi forniti dai satelliti GNSS vengono confrontati con misure altimetriche ottenute con metodi tradizionali a mezzo di capisaldi di cui alcuni di riferimento del livello medio del mare. Le ondulazioni sono ricavate per una moltitudine di punti opportunamente scelti nell'area di indagine da cui i valori vengono estesi agli altri punti mediante interpolazioni.

Ritornando all'ellissoide quale datum per la costruzione delle carte nautiche va precisato che esso è indicato nel cartiglio, insieme alla scala e al tipo di carta. Il datum ED50 è frequente trovarlo nelle carte nautiche italiane, un riferimento diverso dal WGS84 per le coordinate fornite da un ricevitore satellitare. In realtà nei ricevitori satellitari in genere è possibile scegliere il datum su cui lavorare. Se carta nautica e ricevitore operano sullo stesso datum gli errori sulle posizioni sono minimi. In alternativa le carte nautiche riportano nel cartiglio le correzioni da applicare alle coordinate.

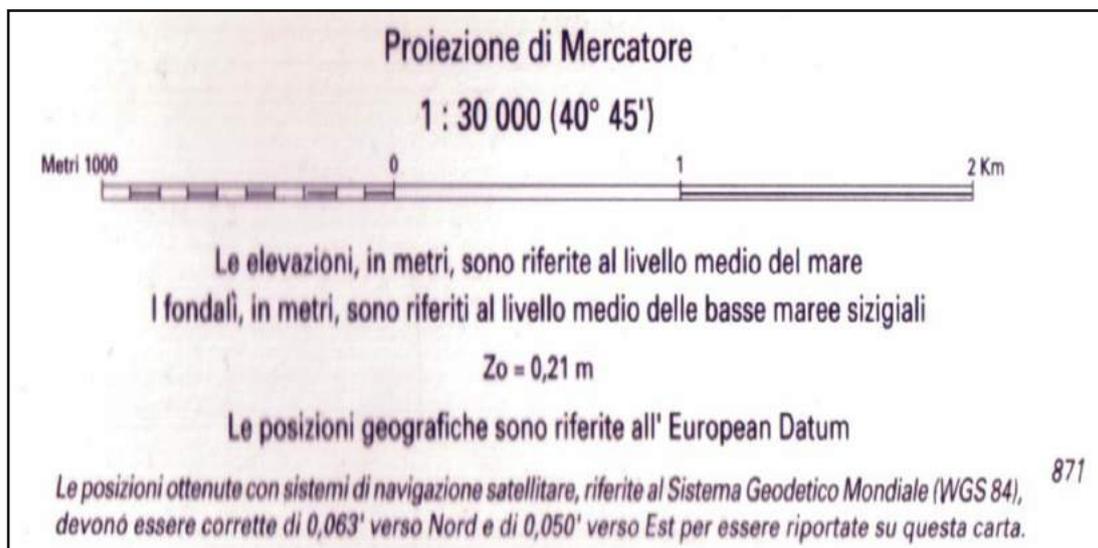


fig. 10 - Cartiglio - Carta costruita con l'European datum (ED50). Le posizioni ottenute con sistemi satellitari riferiti al WGS84 devono essere corrette di 0,063' a Nord (da aggiungere al valore di latitudine) e 0,050' verso Est (da sottrarre al valore di longitudine)